

# Journal of The Franklin Institute

Devoted to Science and the Mechanic Arts

---

Vol. 221

MARCH, 1936

No. 3

---

## PHYSIK UND REALITÄT.

VON

ALBERT EINSTEIN.

### § 1. ALLGEMEINES ÜBER DIE WISSENSCHAFTLICHE METHODE.

Oft und gewiss nicht ohne Berechtigung ist gesagt worden, dass der Naturwissenschaftler ein schlechter Philosoph sei. Warum sollte es also nicht auch für den Physiker das Richtigeste sein, das Philosophieren dem Philosophen zu überlassen? Für eine Zeit, in welcher die Physiker über ein festes, nicht angezweifelt System von Fundamentalbegriffen und Fundamentalgesetzen zu verfügen glauben, mag dies wohl so sein, nicht aber in einer Zeit, in welcher das ganze Fundament der Physik problematisch geworden ist, wie gegenwärtig. In solcher Zeit des durch die Erfahrung erzwungenen Suchens nach einer neuen, solideren Basis kann der Physiker die kritische Betrachtung der Grundlagen nicht einfach der Philosophie überlassen, weil nur er selber am besten weiss und fühlt, wo ihn der Schuh drückt; auf der Suche nach einem neuen Fundament muss er sich über die Berechtigung bezw. Notwendigkeit der von ihm benutzten Begriffe nach Kräften klar zu werden versuchen.

Alle Wissenschaft ist nur eine Verfeinerung des Denkens des Alltags. Damit hängt es zusammen, dass die kritische Besinnung des Physikers sich nicht auf die Untersuchung der

---

Copyright, 1936, by Albert Einstein.

(Note—The Franklin Institute is not responsible for the statements and opinions advanced by contributors to the JOURNAL.)

Begriffe seiner besonderen Wissenschaft beschränken kann, sondern dass er an der kritischen Betrachtung des viel schwieriger zu analysierenden Denkens des Alltags nicht achtlos vorbeigehen kann.

Auf der Bühne unseres seelischen Erlebens erscheinen in bunter Folge Sinneserlebnisse, Erinnerungsbilder an solche, Vorstellungen und Gefühle. Im Gegensatz zur Psychologie beschäftigt sich die Physik (unmittelbar) nur mit den Sinneserlebnissen und dem "Begreifen" des Zusammenhanges zwischen ihnen. Aber auch der Begriff der "realen Aussenwelt" des Alltagsdenkens stützt sich ausschliesslich auf die Sinnesindrücke.

Nun ist zunächst zu bemerken, dass uns die Unterscheidung zwischen Sinnesindrücken (Empfindungen) und Vorstellungen nicht oder doch nicht mit Sicherheit gegeben ist. Mit dieser Problematik, welche auch den Realitätsbegriff affiziert, wollen wir uns hier aber nicht beschäftigen, sondern die Sinneserlebnisse als solche, bezw. als seelische Erlebnisse besonderer Art erkennbar und gegeben annehmen.

Der erste Schritt zur Setzung einer "realen Aussenwelt" liegt nach meiner Ansicht in der Bildung des Begriffes des körperlichen Objekts, bezw. körperlicher Objekte verschiedener Art. Gewisse sich wiederholende Komplexe von Sinnesempfindungen (zum Teil zusammen mit Sinnesempfindungen, die als Zeichen für Sinneserlebnisse der Mitmenschen gedeutet werden) werden gedanklich aus der Fülle des Sinneserlebens willkürlich herausgehoben, und es wird ihnen ein Begriff zugeordnet—der Begriff des körperlichen Objekts. Logisch betrachtet ist dieser Begriff nicht identisch mit der Gesamtheit jener Sinnesempfindungen, sondern er ist eine freie Schöpfung des menschlichen (oder tierischen) Geistes. Dieser Begriff verdankt aber andererseits seine Bedeutung und Berechtigung ausschliesslich der Gesamtheit jener Sinnesempfindungen, denen er zugeordnet ist.

Der zweite Schritt liegt darin, dass wir jenem Begriff des körperlichen Objektes in unserem (unsere Erwartungen bestimmenden) Denken von den jenen Begriff veranlassenden Sinnesempfindungen weitgehend unabhängige Bedeutung zuschreiben. Dies meinen wir, wenn wir dem körperlichen Objekt "reale Existenz" zuschreiben. Die Berechtigung

dieser Setzung liegt einzig darin, dass wir mit Hilfe derartiger Begriffe und zwischen ihnen gesetzter gedanklicher Relationen uns in dem Gewirre der Sinnesempfindungen zurecht zu finden vermögen. Damit hängt es zusammen, dass jene Begriffe und Relationen—obgleich freie Setzungen des Denkens—uns fester und unabänderlicher erscheinen als das einzelne Sinneserlebnis, dessen Charakter der Illusion oder Hallucination gegenüber doch nie vollkommen gesichert erscheint. Andererseits aber haben jene Begriffe und Relationen, insbesondere die Setzung realer Objekte, überhaupt einer "realen Welt," nur insoweit Berechtigung, als sie mit Sinneserlebnissen verknüpft sind, zwischen welchen sie gedankliche Verknüpfungen schaffen.

Dass die Gesamtheit der Sinneserlebnisse so beschaffen ist, dass sie durch das Denken (Operieren mit Begriffen und Schaffung und Anwendung bestimmter funktioneller Verknüpfungen zwischen diesen sowie Zuordnung der Sinneserlebnisse zu den Begriffen) geordnet werden können, ist eine Tatsache, über die wir nur staunen, die wir aber niemals werden begreifen können. Man kann sagen: Das ewig Unbegreifliche an der Welt ist ihre Begreiflichkeit. Dass die Setzung einer realen Aussenwelt ohne jene Begreiflichkeit sinnlos wäre, ist eine der grossen Erkenntnisse Immanuel Kants.

Wenn hier von "Begreiflichkeit" die Rede ist, so ist dieser Ausdruck hier zunächst in seiner bescheidensten Bedeutung gemeint. Er bedeutet: durch Schaffung allgemeiner Begriffe und Beziehungen zwischen diesen Begriffen, sowie durch irgendwie festgelegte Beziehungen zwischen Begriffen und Sinneserlebnissen zwischen letzteren irgend eine Ordnung herstellen. In diesem Sinne ist die Welt unserer Sinneserlebnissen begreifbar, und dass sie es ist, ist ein Wunder.

Ueber die Art und Weise, wie wir Begriffe zu bilden und zu verknüpfen haben, und wie wir sie den Sinneserlebnissen zuzuordnen haben, lässt sich nach meiner Ansicht a priori nicht das Geringste aussagen. Nur der Erfolg bezüglich der Herstellung einer Ordnung der Sinneserlebnisse entscheidet. Die Regeln der Verknüpfungen von Begriffen müssen nur überhaupt festgelegt sein, da sonst Erkenntnis in dem von uns angestrebten Sinne unmöglich wäre. Man hat diese Regeln mit den Regeln eines Spieles verglichen, die an sich willkürlich

sind, deren Bestimmtheit aber das Spiel erst möglich macht. Diese Festlegung wird aber niemals eine endgültige sein können, sondern nur für einen ins Auge gefassten Anwendungsbereich Gültigkeit beanspruchen dürfen, (d.h. es gibt keine endgültigen Kategorien im Sinne Kants.)

Die Verknüpfung der elementaren Begriffe des Alltagsdenkens mit Komplexen von Sinneserlebnissen ist nur intuitiv erfassbar und wissenschaftlich logischer Fixierung unzugänglich. Die Gesamtheit dieser Verknüpfungen—selbst nicht begrifflich fassbar—ist das einzige, was das Gebäude der Wissenschaft von einem leeren logischen Begriffs-Schema unterscheidet; vermöge dieser Verknüpfungen werden die rein begrifflichen Sätze der Wissenschaft zu generellen Aussagen über Komplexe von Sinneserlebnissen.

Die mit typischen Komplexen von Sinneserlebnissen direkt und intuitiv verknüpften Begriffe wollen wir "primäre Begriffe" nennen. Alle andern Begriffe sind—physikalisch betrachtet—nur insoweit sinnvoll, als sie mit den "primären Begriffen" durch Sätze in Verbindung gebracht sind. Diese Sätze sind teils Definitionen der Begriffe (und hieraus logisch ableitbarer Aussagen), teils Sätze, die nicht aus den Definitionen zu folgern sind und wenigstens indirekt Beziehungen zwischen den "primären Begriffen" und damit zwischen Sinneserlebnissen aussagen. Sätze der letzteren Art sind "Behauptungen über die Wirklichkeit" oder "Naturgesetze," d.h. Sätze, die sich zu bewähren haben an den durch die primären Begriffe erfassten Sinneserlebnissen. Welche von den Sätzen als Definitionen und welche als Naturgesetze anzusprechen sind, hängt weitgehend von der gewählten Darstellung ab; es ist überhaupt nur dann notwendig, eine solche Unterscheidung wirklich durchzuführen, wenn man untersuchen will, inwieweit das ganze ins Auge gefasste Begriffssystem vom physikalischen Standpunkte betrachtet wirklich inhaltvoll ist.

#### Schichtenstruktur des Wissenschaftlichen Systems.

Ziel der Wissenschaft ist erstens die möglichst *vollständige* begriffliche Erfassung und Verknüpfung der Sinneserlebnisse in ihrer ganzen Mannigfaltigkeit, zweitens aber die Erreichung dieses Zieles *unter Verwendung eines Minimums von primären*

*Begriffen und Relationen* (Streben nach möglichster logischer Einheitlichkeit des Weltbildes bzw. logischer Einfachheit seiner Grundlagen).

Die Wissenschaft braucht die ganze Mannigfaltigkeit der primären, d.h. unmittelbar mit Sinneserlebnissen verknüpften Begriffe sowie der sie verknüpfenden Sätze. In ihrem ersten Entwicklungsstadium enthält sie nichts weiter. Auch das Denken des Alltags begnügt sich im grossen Ganzen mit dieser Stufe. Diese kann aber einen wirklich wissenschaftlich eingestellten Geist nicht befriedigen, da die so gewinnbare Gesamtheit von Begriffen und Relationen der logischen Einheitlichkeit völlig entbehrt. Um diesem Mangel abzuhelpfen, erfindet man ein begriffs- und relationsärmeres System, welches die primären Begriffe und Relationen der "ersten Schicht" als logisch abgeleitete Begriffe und Relationen enthält. Dieses neue "sekundäre System" erkauft die gewonnene höhere logische Einheitlichkeit mit dem Umstande, dass seine an den Anfang gestellten Begriffe (Begriffe der zweiten Schicht) nicht mehr unmittelbar mit Komplexen von Sinneserlebnissen verbunden sind. Weiteres Streben nach logischer Einheitlichkeit führt zur Aufstellung eines noch ärmeren tertiären Systems von Begriffen und Relationen zur Deduktion der Begriffe und Relationen der sekundären (und damit indirekt der primären) Schicht. So geht es fort, bis wir zu einem System von denkbar grösster Einheitlichkeit und Begriffsarmut der logischen Grundlagen gelangt sind, das mit der Beschaffenheit des sinnlich Gegebenen vereinbar ist. Ob wir bei diesem Streben je zu einem definitiven System kommen, wissen wir nicht. Wird man um seine Meinung gefragt, so ist man geneigt, mit Nein zu antworten; beim Ringen mit den Problemen wird man aber wohl von der Hoffnung getragen, dass dies höchste Ziel wirklich weitgehend erreichbar sei.

Ein Anhänger der Abstraktions- bzw. Induktions-Theorie würde die vorgenannten Schichten "Abstraktions-Stufen" nennen. Ich halte es aber für unrichtig, die logische Unabhängigkeit der Begriffe gegenüber den Sinneserlebnissen zu verschleiern; es handelt sich nicht um eine Beziehung wie die der Suppe zum Rindfleisch, sondern eher wie die der Garderobe-Nummer zum Mantel.

Ferner sind die Schichten nicht klar gegeneinander abge-

grenzt. Nicht einmal die Zugehörigkeit eines Begriffes zur primären Schicht ist völlig scharf. Es handelt sich hierbei eben um freigebildete Begriffe, die mit einer für die Anwendung hinreichenden Sicherheit mit Komplexen von Sinneserlebnissen intuitiv verknüpft sind, so dass bei dem Konstatieren des Zutreffens oder Nicht-Zutreffens eines Satzes für einen besonderen Erlebnisfall (Experiment) keine Unsicherheit besteht. Wesentlich ist nur die Bestrebung, die Vielheit der erlebnisnahen Begriffe und Sätze als logisch abgeleitete Sätze einer möglichst engen Basis von Grundbegriffen und Grund-Relationen darzustellen, die ihrerseits an sich frei wählbar sind (Axiome). Mit dieser Freiheit ist es aber nicht weit her; sie ist nicht ähnlich der Freiheit eines Novellen-Dichters, sondern vielmehr der Freiheit eines Menschen, dem ein gut gestelltes Worträtsel aufgegeben ist. Er kann zwar jedes Wort als Lösung vorschlagen, aber es gibt wohl nur *eines*, welches das Rätsel in allen Teilen wirklich auflöst. Dass die Natur—so wie sie unseren Sinnen zugänglich ist—den Charakter eines solchen gut gestellten Rätsels habe, ist ein Glaube, zu welchem die bisherigen Erfolge der Wissenschaft allerdings einigermassen ermutigen.

Die Vielheit der Schichten, von der wir oben gesprochen haben, entspricht den einzelnen Fortschritten, die das Ringen um Einheitlichkeit der Basis im Laufe der Entwicklung gezeigt hat. Vom Standpunkte des Endzieles sind die intermediären Schichten nur temporär, um am Ende als belanglos zu verschwinden. Wir aber haben es zu tun mit der Wissenschaft von heute, in welcher diese Schichten problematische Teilerfolge darstellen, welche sich gegenseitig stützen, aber auch gegenseitig bedrohen; denn das Begriffssystem von heute weist tiefe Zwiespältigkeiten auf, auf die wir später stossen werden.

Das Ziel der folgenden Zeilen ist es, zu zeigen, welche Wege der konstruierende Menscheng Geist eingeschlagen hat, um zu einer logisch möglichst einheitlichen begrifflichen Basis der Physik zu gelangen.

## § 2. DIE MECHANIK UND DER VERSUCH, AUF SIE DIE GESAMTE PHYSIK ZU GRÜNDED.

Eine wichtige Eigenschaft unserer Sinneserlebnisse wie unserer Erlebnisse überhaupt ist ihre zeitliche Ordnung.

Diese Ordnungs-Eigenschaft führt zur gedanklichen Konstruktion der subjektiven Zeit, eines Ordnungs-Schemas für die Erlebnisse. Die subjektive Zeit führt dann über den Begriff des körperlichen Objekts und des Raumes zu dem der objektiven Zeit, wie wir später sehen werden.

Dem Begriffe der objektiven Zeit geht aber der des Raumes voraus, und diesem der Begriff des körperlichen Objektes; letzterer ist direkt mit Komplexen von Sinneserlebnissen verknüpft. Es wurde als charakteristische Eigenschaft des Begriffes "körperliches Objekt" bezeichnet, dass wir letzterem eine Existenz zuordnen, unabhängig von der ("subjektiven") Zeit und unabhängig von seiner sinnlichen Wahrnehmung. Wir tun dies, obwohl wir an ihm zeitliche Aenderungen wahrnehmen. Poincaré hat nun mit Recht hervorgehoben, dass wir am körperlichen Objekte zwei Arten Aenderungen unterscheiden, nämlich "Aenderungen des Zustandes" und "Aenderungen der Lage"; letztere seien solche Aenderungen, welche wir durch willkürliche Bewegungen unseres Körpers rückgängig machen können.

Dass es körperliche Objekte gibt, denen wir innerhalb eines gewissen Wahrnehmungsgebietes keine Aenderungen des Zustandes, sondern nur solche der Lage zuzuschreiben haben, ist für die Bildung des Raumbegriffes fundamental wichtig, (in gewissem Masse sogar für die Berechtigung des Begriffes des körperlichen Objektes); wir wollen ein solches Objekt "praktisch-starr" nennen.

Wenn wir zwei praktisch-starre Körper gleichzeitig, d.h. als ein Ganzes, zum Objekt unserer Sinneswahrnehmung machen, so gibt es für dies Ganze solche Aenderungen, welche *nicht* als Aenderungen der Lage für das Ganze aufgefasst werden können, obwohl dies für jeden der beiden Konstituenten der Fall ist. Dies führt zu dem Begriff der "Aenderung der relativen Lage" der beiden Objekte und damit auch zu dem Begriff der "relativen Lage" der beiden Objekte. Es erweist sich ferner, dass es unter den relativen Lagen eine besondere Art gibt, die wir als "Berührung" bezeichnen.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Es liegt in der Natur der Sache, dass wir von diesen Gegenständen nur mittelst der von uns gebildeten Begriffe sprechen können, die selbst keiner Definition zugänglich sind. Wesentlich ist aber, dass wir nur solche Begriffe verwenden, über deren Zuordnung zum Erlebnis-Material wir uns sicher fühlen dürfen.

Dauernde Berührung zweier Körper in drei oder mehr "Punkten" bedeutet deren Vereinigung zu einem (quasi-starren) Gesamtkörper. Man kann sagen, der erste Körper werde dann quasi-starr durch den zweiten Körper fortgesetzt, welcher seinerseits wieder quasi-starr fortgesetzt werden kann. Die quasi-starre Fortsetzbarkeit eines Körpers ist unbegrenzt. Der Inbegriff der denkbaren quasi-starren Fortsetzungen eines Körpers  $K_0$  ist der durch ihn bestimmte unendliche "Raum."

Nach meiner Ansicht ist der Umstand, dass jeder irgendwie gelagerte Körper mit der quasi-starren Fortsetzung eines bestimmten gewählten Körpers  $K_0$  (Bezugskörper) in Berührung gebracht werden kann, die empirische Basis unseres Raum-begriffes. Im vorwissenschaftlichen Denken spielt die feste Erdkruste die Rolle von  $K_0$  und seiner Fortsetzung. Die Bezeichnung Geometrie deutet darauf hin, dass der Raum-begriff psychologisch mit der Gegebenheit des Erdkörpers zusammenhängt.

Die kühne Begriffsbildung "Raum," welche aller wissenschaftlichen Geometrie voranging, verwandelte gedanklich den Inbegriff der Lagenbeziehungen körperlicher Objekte in den Inbegriff der Lagen der körperlichen Objekte "im Raume." Dies bedeutet an sich schon eine grosse formale Vereinfachung. Durch sie wird auch erreicht, dass jede Lagen-Aussage implizite eine Berührungs-Aussage ist; ein Punkt eines körperlichen Objektes befindet sich im Raumpunkte  $P$  bedeutet: das Objekt berührt mit dem ins Auge gefassten Punkte den Punkt  $P$  des (passend fortgesetzt gedachten) Bezugskörpers  $K_0$ .

In der Geometrie der Griechen spielt der Raum nur eine sozusagen qualitative Rolle, indem die Lage der Objekte zu ihm zwar festgelegt gedacht wird, aber nicht durch Zahlen beschrieben wird. Letzteres hat erst Descartes unternommen. In seiner Sprechweise kann der ganze Inhalt der euklidischen Geometrie durch folgende Aussagen axiomatisch fundiert werden. (1) Zwei markierte Punkte eines starren Körpers bestimmen eine Strecke. (2) Den Punkten des Raumes lassen sich Zahlentripel  $X_1, X_2, X_3$ , so zuordnen, dass für jede ins Auge gefasste Strecke  $P' - P''$  mit den Koordinaten ihrer Endpunkte  $(X_1', X_2', X_3'; X_1'', X_2'', X_3'')$  der Ausdruck

$$s^2 = (X_1'' - X_1')^2 + (X_2'' - X_2')^2 + (X_3'' - X_3')^2$$



unabhängig ist von der Lage des Körpers und aller andern Körper. Die (positive) Zahl  $s$  heisst die Länge der Strecke oder der Abstand der beiden Raumpunkte  $P'$  und  $P''$ . (die mit den Punkten  $P'$  und  $P''$  der Strecke koinzidieren.)

Die Formulierung ist absichtlich so gewählt, dass sie nicht nur den logisch-axiomatischen sondern auch den empirischen Gehalt der euklidischen Geometrie klar hervortreten lässt. Die rein logische (axiomatische) Darstellung der euklidischen Geometrie hat zwar demgegenüber den Vorteil grösserer Einfachheit und Klarheit. Sie erkaufte aber diesen Vorteil durch den Verzicht auf die Darstellung des Zusammenhanges zwischen der begrifflichen Konstruktion und der sinnlichen Erfahrung, auf welchem Zusammenhang allein doch die Bedeutung der Geometrie für die Physik beruht. Der verhängnisvolle Irrtum, dass der euklidischen Geometrie und dem zugehörigen Raumbegriffe eine aller Erfahrung vorangehende Denknöwendigkeit zugrunde liege, beruhte darauf, dass die empirische Basis, welche der axiomatischen Konstruktion der euklidischen Geometrie zugrunde liegt, in Vergessenheit geraten war.

Insoweit man von der Existenz starrer Körper in der Natur sprechen kann, ist die euklidische Geometrie eine physikalische Wissenschaft, die sich an der Sinneserfahrung zu bewähren hat. Sie betrifft die Gesamtheit der Sätze, die für die zeitunabhängige relative Lagerung starrer Körper gelten sollen. Wie man sieht, ist auch der physikalische Raumbegriff, wie er ursprünglich in der Physik verwendet wurde, an die Existenz starrer Körper gebunden.

Die zentrale Bedeutung der euklidischen Geometrie vom physikalischen Standpunkte aus liegt darin, dass ihre Aussagen unabhängig von der besonderen Natur der Körper Gültigkeit beanspruchen, um deren relative Lagerung es sich handelt. Ihre formale Einfachheit ist durch die Eigenschaften Homogenität, Isotropie (und Existenz ähnlicher Gebilde) charakterisiert.

Der Raumbegriff ist für die eigentliche Geometrie, d.h. für die Formulierung der Gesetzmässigkeiten der relativen Lagerung starrer Körper zwar nützlich aber nicht unentbehrlich. Dagegen ist der Begriff der objektiven Zeit, ohne welchen eine

Formulierung der Grundlagen der klassischen Mechanik nicht möglich ist, an den des räumlichen Kontinuums gebunden.

Die Einführung der objektiven Zeit besteht aus zwei voneinander unabhängigen Setzungen:

- (1) Einführung der objektiven Lokalzeit, indem man den zeitlichen Ablauf des Erlebens in Verbindung bringt mit den Angaben einer "Uhr," d.h. eines abgeschlossenen Systems mit periodischem Ablauf.
- (2) Einführung des Begriffes der objektiven Zeit für das Geschehene im *ganzen Raume*, durch welchen der Begriff der Localzeit erst zu dem Begriff der Zeit der Physik erweitert wird.

Bemerkung zu (1). Es bedeutet nach meiner Meinung keine *petitio principii*, wenn der Begriff des periodischen Ablaufes dem der Zeit vorangestellt wird, wenn es sich um die Aufhellung der Entstehung bzw. des empirischen Inhaltes des Zeitbegriffes handelt. Diese Auffassung entspricht durchaus dem Vorgehen des Begriffes des starren (bzw. quasi-starren) Körpers bei der Deutung des Raumbegriffes.

Nähere Ausführung zu (2). Die bis zur Aufstellung der Relativitäts-Theorie herrschende Illusion, es sei vom Erlebnisstandpunkte *a priori* klar, was Gleichzeitigkeit in Bezug auf räumlich distantes Geschehen und damit physikalische Zeit überhaupt bedeute, hat ihren Grund darin, dass wir in der Alltags-Erfahrung die Ausbreitungszeit des Lichtes vernachlässigen können. Wir pflegen daher "gleichzeitig sehen" und "gleichzeitig geschehen" nicht zu unterscheiden, wodurch der Unterschied zwischen Zeit und Lokalzeit verwischt wird.

Die Unschärfe, welche dem Zeitbegriffe der klassischen Mechanik vom Gesichtspunkte der empirischen Bedeutung anhaftet, wurde durch die axiomatischen Darstellungen dadurch verdeckt, dass sie Raum und Zeit als ein unabhängig von den Sinneserlebnissen Gegebenes behandelten. Solche "Hypostasierung" (Verselbstständigung) von Begriffen gereicht nicht notwendig der Wissenschaft zum Nachteil, es entsteht aber leicht der Irrtum, solche Begriffe, deren Ursprung

in Vergessenheit geraten ist, für denknotwendig und damit für nicht veränderbar anzusehen, was zu einer ersten Gefahr für den Fortschritt der Wissenschaft werden kann.

Für die Entwicklung der Mechanik und darum für die Entwicklung der Physik überhaupt war es ein Glück, dass den früheren Denkern die dem Begriffe der objektiven Zeit anhaftende Unschärfe bezüglich seiner empirischen Deutung verborgen geblieben ist. Im vollen Vertrauen auf die reale Bedeutung der Raum-Zeit-Konstruktion entwickelte sich das Fundament der Mechanik, das wie folgt charakterisiert werden kann.

- (a) Begriff des materiellen Punktes: körperliches Objekt, das hinsichtlich seiner Lage und Bewegung hinreichend genau als Punkt mit den Koordinaten  $X_1, X_2, X_3$ , beschrieben werden kann. Beschreibung von dessen Bewegung (inbezug auf den "Raum"  $K_0$ ), indem  $X_1, X_2, X_3$  als Funktionen der Zeit gegeben werden.
- (b) Trägheitssatz: Verschwinden der Komponenten der Beschleunigung für einen materiellen Punkt, der von allen andern hinreichend weit entfernt ist.
- (c) Bewegungsgesetz (für den materiellen Punkt): Kraft = Masse  $\times$  Beschleunigung.
- (d) Kraftgesetze (Wechselwirkungen zwischen den materiellen Punkten).

Hierbei ist (b) nur ein wichtiger Specialfall von (c). Eine wirkliche Theorie liegt erst dann vor, wenn die Kraftgesetze gegeben sind; die Kräfte müssen zunächst nur dem Gesetz der Gleichheit von actio und reactio Genüge leisten, damit ein System von Punkten, die durch Kräfte dauernd räumlich aneinander gekettet sind, sich wie *ein* materieller Punkt verhalte. Zusammen mit Newtons Kraftgesetz der Gravitation bilden diese Grundsätze die Basis der klassischen Mechanik der Gestirne. In dieser Mechanik Newtons tritt nun der Raum  $K_0$  in einer Art auf, die gegenüber der obigen, von starren Körpern herkommenden Konzeption des Raumes ein neues Moment enthält: nicht für jedes  $K_0$  beanspruchen (bei gegebenem Kraftgesetz) (b) und (c) Gültigkeit, sondern nur für solche  $K_0$  von geeignetem Bewegungszustande (Inertialsysteme). Dadurch wird dem Koordinatenraum eine selb-

ständige physikalische Eigenschaft beigelegt, die dem rein geometrischen Raumbegriffe fremd ist—ein Umstand, der Newton erhebliches Kopfzerbrechen verursachte (Eimer-Versuch).<sup>2</sup>

Die klassische Mechanik ist nur ein allgemeines Schema; zu einer Theorie wird sie erst dadurch, dass die Kraftgesetze (d) explicite angegeben werden, wie es durch Newton für die Himmelsmechanik mit so ausserordentlichem Erfolg getan wurde. Vom Standpunkte des Zieles möglicher logischer Einfachheit der Grundlagen ist es ein Mangel dieser theoretischen Methode, dass die Kraftgesetze nicht durch logisch-formale Gesichtspunkte gewonnen werden können, sodass ihre Wahl weitgehend a priori willkürlich ist. Auch Newtons Kraftgesetz der Gravitation ist ausschliesslich durch den *Erfolg* gegenüber anderen denkbaren Kraftgesetzen ausgezeichnet.

Trotzdem wir heute sicher wissen, dass die klassische Mechanik als eine die ganze Physik beherrschende Basis versagt, steht sie doch immer noch im Zentrum des physikalischen Denkens. Der Grund hierfür liegt darin, dass wir trotz der bedeutsamen seither erreichten Fortschritte noch nicht zu einer neuen Basis der Physik gelangt sind, von der wir sicher sein dürfen, dass aus ihr die ganze Mannigfaltigkeit der erforschten Erscheinungen und erfolgreichen theoretischen Teilsysteme sich logisch deduzieren liesse. Wie es damit steht, will ich im Folgenden kurz zu skizzieren versuchen.

Zuerst suchen wir uns darüber klar zu werden, inwieweit sich das System der klassischen Mechanik als geeignet erwiesen hat, als Basis für die gesamte Physik zu dienen. Da es uns hier nur auf das Fundament der Physik und dessen Wandlungen ankommt, brauchen wir uns mit den rein *formalen* Fortschritten der Mechanik nicht besonders zu beschäftigen (Lagrangesche Gleichungen, kanonische Gleichungen u. s. w.). Nur *eine* Bemerkung scheint unerlässlich. Der Begriff "materieller Punkt" ist grundlegend für die

---

<sup>2</sup> Diesem Mangel der Theorie konnte nur durch eine solche Formulierung der Mechanik abgeholfen werden, welche bezüglich aller  $K_0$  Gültigkeit beansprucht. Dies ist einer der Schritte, die zur allgemeinen Relativitäts-Theorie hinführen. Ein zweiter, ebenfalls erst durch die allgemeine Relativitäts-Theorie beseitigter Mangel ist der, dass es innerhalb der Mechanik keinen Grund gibt für die Gleichheit der trägen und der schweren Masse des materiellen Punktes.

Mechanik. Wenn wir nun die Mechanik für ein körperliches Objekt suchen, das selber *nicht* als materieller Punkt behandelt werden kann—was streng genommen für jedes “sinnlich wahrnehmbare” Objekt der Fall ist—so entsteht die Frage: Wie ist das Objekt aus materiellen Punkten aufgebaut zu denken und was für Kräfte haben wir als zwischen ihnen wirkend anzunehmen? Die Stellung dieser Frage ist unerlässlich, wenn die Mechanik darauf Anspruch machen soll, die Objekte *vollständig* zu beschreiben.

Es liegt in der natürlichen Tendenz der Mechanik, diese materiellen Punkte sowie die Gesetze der zwischen ihnen wirkenden Kräfte als unveränderlich anzunehmen, da ja eine zeitliche Aenderung ausserhalb einer theoretischen Deutbarkeit durch die Mechanik läge. Hieraus ersieht man, dass die klassische Mechanik notwendig zu einer atomistischen Konstruktion der Materie hinführt. Man sieht hier besonders deutlich, wie sehr jene Erkenntnistheoretiker irren, welche glauben, dass die Theorie auf induktivem Wege aus der Erfahrung hervorgehe, von welchem Irrtum selbst der überlegene Newton sich nicht freihalten konnte (“Hypotheses non fingo”).

Aus der Gefahr, sich diesem Gedankengang (Atomistik) folgend ins Uferlose zu verlieren, rettete sich die Wissenschaft zunächst in folgender Weise. Die Mechanik eines Systems ist bestimmt, wenn seine potentielle Energie in Abhängigkeit von seiner Konfiguration gegeben ist. Sind nun die wirkenden Kräfte so beschaffen, dass sie die Aufrechterhaltung gewisser Ordnungseigenschaften der Konfiguration des Systems garantieren, so kann man die Konfiguration durch eine verhältnismässig geringe Anzahl von Konfigurations-Variablen  $q_v$  genügend genau beschreiben; die potentielle Energie berücksichtigt man nur insoweit, als sie von *diesen* Konfigurations-Variablen abhängig ist (z.B. Beschreibung der Konfiguration eines praktisch starren Körpers durch 6 Variable).

Eine zweite Anwendungsweise der Mechanik, welche es vermeidet, eine Unterteilung der Materie bis zu ihren “wirklichen” materiellen Punkten zu berücksichtigen, ist die Mechanik der sogenannten kontinuierlich verbreiteten Massen. Diese ist durch die Fiktion charakterisiert, dass die Massendichte und Geschwindigkeit der Materie kontinuierlich

von den Koordinaten und der Zeit abhängen und dass der nicht explizit gegebene Teil der Wechselwirkungen sich als Flächenkräfte (Druckkräfte) auffassen lassen, welche ebenfalls kontinuierliche Funktionen des Ortes sind. Hierher gehört die Hydrodynamik und die Theorie der Elastizität fester Körper. Diese Theorien vermeiden die explizite Einführung materieller Punkte durch Fiktionen, denen im Sinne des Fundamentes der klassischen Mechanik nur eine approximative Bedeutung zukommen kann.

Abgesehen von der grossen *praktischen* Bedeutung dieser Disziplinen haben sie durch die Erweiterungen der mathematischen Begriffswelt diejenigen formalen Hilfsmittel geschaffen (partielle Differentialgleichungen), welche für die späteren Versuche einer gegenüber der Newton'schen neuartigen Fundierung der gesamten Physik nötig waren.

Diese beiden Anwendungsarten der Mechanik gehören der sogenannten "phänomenologischen" Physik an. Für sie ist charakteristisch, dass sie sich möglichst erlebnisnaher Begriffe bedient, dafür aber auf Einheitlichkeit der Grundlagen weitgehend verzichtet. Wärme, Elektrizität und Licht werden durch besondere Zustandsvariable und Material-Konstanten neben dem mechanischen Zustande beschrieben, und alle diese Variable in ihren gegenseitigen und zeitlichen Abhängigkeit zu bestimmen war ein in der Hauptsache nur auf empirischem Wege lösbares Problem. Viele Zeitgenossen von Maxwell sahen in einer solchen Darstellungsweise das Endziel der Physik, die sie wegen der relativen Erlebnisnähe der gebrauchten Begriffe für rein induktiv aus den Erlebnissen ableitbar hielten. St. Mill und E. Mach vertraten erkenntnistheoretisch ungefähr diesen Standpunkt.

Es ist nach meiner Ansicht die grösste Leistung der Newton'schen Mechanik, dass ihre konsequente Anwendung zur Ueberwindung dieses (phänomenologischen) Standpunktes führte, und zwar auf dem Gebiete der Wärme-Erscheinungen. Dies geschah durch die kinetische Gas-Theorie und durch die statistische Mechanik überhaupt. Erstere verknüpfte die Zustandsgleichung der idealen Gase, Viskosität, Wärmeleitung und Diffusion der Gase, Radiometer-Erscheinungen der Gase und lieferte die logische Verbindung von Phänomenen, welche vom Erlebnisstandpunkte nicht das Geringste miteinander

zu tun hatten. Letztere lieferte eine mechanische Deutung der thermodynamischen Begriffe und Gesetze sowie die Erkenntnis von der Grenze des Anwendungsbereiches der Begriffe und Gesetze der klassischen Wärmelehre. Diese kinetische Theorie, welche die phänomenologische Physik bezüglich der logischen Einheitlichkeit der Grundlagen weit übertraf, lieferte ferner für die wahre Grösse der Atome und Moleküle bestimmte Werte, die sich durch mehrere von einander unabhängige Methoden ergaben und so jedem vernünftigen Zweifel entrückt wurden. Diese entscheidenden Fortschritte wurden dadurch erkauft, dass den materiellen Punkten reale Gebilde (Atome bzw. Moleküle) zugeordnet wurden, deren konstruktiv-spekulativer Charakter offenkundig war; niemand konnte hoffen, ein Atom je "unmittelbar wahrzunehmen." Gesetze über beobachtungsnahe Zustandsgrössen (z.B. Temperatur, Druck, Geschwindigkeit) aber wurden aus den Grundbegriffen durch komplizierte Rechnungen abgeleitet. So wurde die ursprünglich mehr "phänomenologisch" aufgebaute Physik (wenigstens ein Teil derselben) unter Zugrundelegung der Newton'schen Mechanik für die Atome bzw. Moleküle auf eine erlebnisfernere aber einheitlichere Basis zurückgeführt.

### § 3. DER FELDBEGRIFF.

Weit weniger erfolgreich als in den bisher genannten Gebieten ist die Newton'sche Mechanik gegenüber den optischen und elektrischen Phänomenen gewesen. Wohl suchte Newton in seiner Korpuskulartheorie des Lichtes dieses auf die Bewegungen von materiellen Punkten zurückzuführen. Als aber die Erscheinungen der Polarisation, Beugung und Interferenz des Lichtes zu immer unnatürlicheren Modifikationen dieser Theorie zwangen, setzte sich Huyghens' Undulationstheorie des Lichtes durch, welche ihre Entstehung wohl hauptsächlich Erscheinungen der Krystalloptik und der bereits einigermaßen ausgearbeiteten Theorie des Schalles verdankte. Die Huyghenssche Theorie fusste zwar zunächst ebenfalls auf der klassischen Mechanik. Aber als Träger der Wellenbewegungen musste der alle Körper durchdringende Aether angenommen werden, dessen Aufbau aus materiellen Punkten durch kein bekanntes Phänomen nahegelegt wurde. Ueber

die ihn beherrschenden inneren Kräfte sowie die Kräfte, die zwischen ihm und der "ponderablen" Materie wirken, konnte man nie ins Klare kommen, sodass das Fundament dieser Theorie immer in Dunkel gehüllt blieb. Die wahre Grundlage war eine partielle Differentialgleichung, deren Zurückführung auf mechanische Elemente stets problematisch blieb.

Zur theoretischen Erfassung der elektrischen und magnetischen Phänomene wurden ebenfalls Massen besonderer Art eingeführt, zwischen welchen Fernkräfte von ähnlicher Art wie die Newton'schen Gravitationskräfte angenommen wurden. Aber diesen besonderen Arten von Materie schien die fundamentale Eigenschaft der Trägheit nicht zuzukommen, und die Kräfte, welche zwischen diesen Massen und der ponderablen Materie wirkten, blieben in Dunkel gehüllt. Dazu kam der polare Charakter dieser Arten Materie, welcher in das Schema der klassischen Mechanik nicht hineinpasste. Noch unbefriedigender wurde die Basis der Theorie, als elektrodynamische Phänomene bekannt wurden; obwohl diese Phänomene dazu führten, die magnetischen Phänomene auf elektrodynamische zurückzuführen und so die Hypothese der magnetischen Massen entbehrlich zu machen. Dieser Fortschritt musste nämlich durch Komplizierung der zwischen bewegten elektrischen Massen anzunehmenden Wechselwirkungskräfte erkauft werden.

Die Erlösung aus dieser unerquicklichen Sachlage durch Faradays und Maxwells Theorie des elektrischen Feldes bedeutet wohl die tiefgehendste Umwälzung, welche das Fundament der Physik seit Newton erfahren hat. Wieder ist es ein Schritt in der Richtung konstruktiver Spekulation, welcher die Distanz zwischen der Grundlage der Theorie und dem Sinnlich-Erlebbareren vergrößerte. Die Existenz des Feldes manifestiert sich nämlich nur dann, wenn elektrisch geladene Körper in dasselbe hineingebracht werden. Die Maxwell'schen Differentialgleichungen verknüpfen die räumlichen und zeitlichen Differentialquotienten des elektrischen und magnetischen Feldes. Die elektrischen Massen sind nur Stellen nicht verschwindender Divergenz des elektrischen Feldes. Lichtwellen erscheinen als undulatorische elektromagnetische Feldprozesse im Raume.

Allerdings suchte Maxwell seine Feldtheorie noch me-



chanisch zu deuten durch mechanische Aethermodelle. Solche Versuche traten aber seit der von allem unnötigen Beiwerk gereinigten Darstellung von Heinrich Hertz allmählich in den Hintergrund, so dass schliesslich in dieser Theorie das Feld jene fundamentale Rolle übernahm, welche in der Newton'schen Mechanik die Massenpunkte spielten. Dies gilt zunächst allerdings nur für die elektromagnetischen Felder im leeren Raum.

Für das Innere der Materie war die Theorie zunächst noch recht unbefriedigend, indem dort zwei elektrische Vektoren eingeführt werden mussten, welche durch von der Natur des Mediums abhängige Beziehungen verknüpft waren, welche Beziehungen keiner theoretischen Analyse zugänglich waren. Analog war es mit dem magnetischen Felde sowie mit der Beziehung zwischen elektrischer Stromdichte und dem Felde.

Hier schaffte H. A. Lorentz einen Ausweg, der auch zugleich den Weg wies zu einer von Willkür einigermaßen freien Elektrodynamik bewegter Körper. Seine Theorie war auf folgenden Grund-Hypothesen aufgebaut.

Sitz des Feldes ist überall (auch im Innern der ponderablen Körper) der leere Raum. Die Beteiligung der Materie an den elektromagnetischen Vorgängen beruht allein darauf, dass die Elementarpartikeln der Materie unveränderliche elektrische Ladungen tragen und dadurch einerseits ponderomotorischen Wirkungen ausgesetzt sind, andererseits felderzeugend wirken. Die Elementarpartikeln folgen Newtons Bewegungsgesetz für den materiellen Punkt.

Auf solcher Basis erreichte H. A. Lorentz eine Synthese der Newtonschen Mechanik und der Maxwellschen Feldtheorie. Die Schwäche dieser Theorie lag darin, dass sie das Geschehen durch eine Kombination von partiellen Differentialgleichungen (Maxwellsche Feldgleichungen für den leeren Raum) und totalen Differentialgleichungen (Punkt-Bewegungsgleichungen) zu bestimmen suchte, was offenbar unnatürlich war. Das Unbefriedigende dieser Auffassung zeigte sich äusserlich darin, dass es nötig war, die Teilchen als endlich ausgedehnt zu betrachten, damit das an ihrer Oberfläche bestehende elektromagnetische Feld nicht unendlich gross werde. Auch lieferte diese Theorie keinen Aufschluss über die Natur der gewaltigen Kräfte, welche die elektrischen Massen an den einzelnen

Partikeln festhalten. H. A. Lorentz nahm diese von ihm wohlbemerktten Schwächen seiner Theorie zunächst in den Kauf, um die Erscheinungen wenigstens im Grossen Ganzen richtig darzustellen.

Ueber den Rahmen der Lorentzschen Theorie wies ferner folgende Erwägung hinaus. In der Umgebung eines elektrisch geladenen Körpers existiert ein magnetisches Feld, welches einen (scheinbaren) Beitrag zu seiner trägen Masse liefert. Sollte sich nicht die *ganze* Trägheit der Partikeln elektromagnetisch erklären lassen? Dies würde sich offenbar nur dann befriedigend durchführen lassen, wenn sich die Partikeln als reguläre Lösungen der elektromagnetischen partiellen Differentialgleichungen deuten liessen. Die Maxwellschen Gleichungen in ihrer ursprünglichen Gestalt erlaubten aber eine solche Auffassung nicht, weil ihre entsprechenden Lösungen eine Singularität aufweisen. Die Theoretiker suchten das Ziel deshalb lange Zeit hindurch durch eine Modifikation der Maxwell'schen Gleichungen zu erreichen, welche Bestrebung aber nicht von Erfolg gekrönt war. So blieb das Ziel der Aufstellung einer ausschliesslich auf den Feldbegriff gegründeten elektromagnetischen Theorie der Materie zunächst unerfüllt, obwohl gegen dessen Erreichbarkeit prinzipiell nichts eingewendet werden konnte. Was von der weiteren Bemühung in dieser Richtung abschreckte, war das Fehlen einer zu der Lösung führenden systematischen Methode. Eines aber erscheint mir sicher: im Fundamente einer konsequenten Feldtheorie darf neben dem Feldbegriff nicht der Partikelbegriff auftreten; die ganze Theorie muss einzig auf partielle Differentialgleichungen und deren singularitätsfreie Lösungen gegründet sein.

#### § 4. DIE RELATIVITÄTSTHEORIE.

Es gibt keine induktive Methode, welche zu den Grundbegriffen der Physik führen könnte. Die Verkennung dieser Tatsache war der philosophische Grundirrtum so mancher Forscher des 19. Jahrhunderts; sie war wohl der Grund dafür, dass sich die Molekulartheorie und die Maxwellsche Theorie erst verhältnismässig spät durchsetzen konnten. Logisches Denken ist notwendig deduktiv, auf hypothetische Begriffe und Axiome gegründet. Wie sollen wir erwarten, letztere so

wählen zu können, dass wir auf die Bewährung ihrer Konsequenzen hoffen dürfen?

Der günstigste Fall liegt offenbar dann vor, wenn die neuen Grundhypothesen durch die Erlebniswelt selbst nahegelegt werden. Die Hypothese von der Nichtexistenz eines perpetuum mobile als Grundlage für die Thermodynamik ist ein solches Beispiel einer durch die Erfahrung nahegelegten Ausgangshypothese; ebenso Galileis Trägheitsprinzip. Von solcher Art sind auch die Grundhypothesen der Relativitätstheorie, welche zu einer ungeahnten Erweiterung und Vertiefung der Feldtheorie und zu einer Ueberwindung der Grundlagen der klassischen Mechanik geführt hat.

Die Erfolge der Maxwell-Lorentzschen Theorie erzeugten grosses Vertrauen in die Gültigkeit der elektromagnetischen Gleichungen des Vakuums, im Besonderen also auch in die Aussage, dass das Licht sich "im Raume" mit einer bestimmten konstanten Geschwindigkeit  $c$  ausbreitet. Gilt diese Aussage von der Konstanz der Licht-Ausbreitungsgeschwindigkeit in bezug auf beliebige Inertialsysteme? Wenn dies nicht der Fall wäre, so wäre ein bestimmtes Inertialsystem oder genauer ein bestimmter Bewegungs-Zustand (eines Bezugskörpers) von allen anderen ausgezeichnet. Dagegen sprachen aber alle mechanischen und elektromagnetisch-optischen Erfahrungstatsachen.

Es war also geboten, die Gültigkeit des Gesetzes der Konstanz der Lichtausbreitung für alle Inertialsysteme zum Prinzip zu erheben. Daraus folgte, dass die räumlichen Koordinaten  $X_1, X_2, X_3$  und die Zeit  $X_4$  beim Uebergang von einem Inertialsystem zu einem andern sich gemäss der "Lorentz-Transformation" transformieren müssen, welche durch die Invarianz des Ausdruckes

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - dx_4^2$$

charakterisiert ist (wenn man die Zeiteinheit so wählt, dass die Lichtgeschwindigkeit  $c$  gleich 1 wird).

Dadurch verlor die Zeit ihren absoluten Charakter und wurde den "räumlichen" Koordinaten als algebraisch (nahezu) gleichartige Bestimmungsgrösse zugeordnet; der absolute Charakter der Zeit und im Besonderen der Gleichzeitigkeit war zerstört und die vierdimensionale Beschreibung als einzig adäquate eingeführt.

Damit darüber hinaus der Aequivalenz aller Inertialsysteme in bezug auf alles Naturgeschehen Rechnung getragen sei, muss die Invarianz aller physikalischen Gleichungssysteme, welche allgemeine Gesetze ausdrücken, gegenüber Lorentz-Transformationen gefordert werden. Die Ausführung dieser Forderung bildet den Inhalt der speziellen Relativitätstheorie.

Diese Theorie passt zwar zu den Maxwell'schen Gleichungen, ist aber unvereinbar mit der Grundlage der klassischen Mechanik. Zwar lassen sich die Bewegungsgleichungen des materiellen Punktes so modifizieren (und mit ihnen die Ausdrücke für Impuls und kinetische Energie des Massenpunktes), dass der Theorie Genüge geleistet wird. Aber der Begriff der Wechselwirkungskraft (und damit der Begriff der potentiellen Energie eines Systems) verliert seine Grundlage, weil er auf demjenigen der absoluten Gleichzeitigkeit beruht. An die Stelle der Kraft tritt das durch Differentialgleichungen beherrschte Feld.

Da diese Theorie nur Wechselwirkungen durch Felder zulässt, verlangt sie eine Feldtheorie der Gravitation. Es ist auch in der Tat nicht schwer, eine solche aufzustellen, in welcher wie in Newtons Theorie das Gravitationsfeld sich auf einen Skalar zurückführen lässt, der einer partiellen Differentialgleichung genügt. Aber die in Newtons Gravitationstheorie ausgedrückten Erfahrungstatsachen führen auf einen andern Weg, den der allgemeinen Relativitätstheorie.

In der klassischen Mechanik ist es ein unbefriedigender Punkt, dass *dieselbe* Massenkonstante in zwei verschiedenen Weisen im Fundament auftritt; als "träge" Masse im Bewegungsgesetz und als "schwere" Masse im Gravitationsgesetz. Infolgedessen ist die Beschleunigung eines Körpers im reinen Schwerfeld unabhängig vom Material oder: im *gleichförmig beschleunigten* Koordinatensystem (beschleunigt gegenüber einem "Inertialsystem") vollziehen sich die Bewegungen wie in einem homogenen Gravitationsfelde (gegenüber einem "ruhenden" Koordinatensystem). Nimmt man an, dass die Aequivalenz dieser beiden Fälle eine vollständige sei, so erreicht man eine Anpassung des theoretischen Denkens an die Tatsache der Gleichheit der trägen und schweren Masse.

Damit fällt aber auch die prinzipielle Bevorzugung der "Inertialsysteme" weg und es werden auch *nichtlineare*

Transformationen der Koordinaten ( $X_1, X_2, X_3, X_4$ ) als gleichberechtigt zugelassen. Nimmt man eine solche Transformation von einem Koordinatensystem der speziellen Relativitätstheorie aus vor, so geht deren Metrik

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - dx_4^2$$

über in eine allgemeine (Riemann'sche) Metrik vom Baue

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$$

(über  $\mu$  und  $\nu$  summiert),

wobei die inbezug auf  $\mu$  und  $\nu$  symmetrischen  $g_{\mu\nu}$  gewisse Funktionen von  $x_1 \cdots x_4$  sind, welche sowohl die metrischen Eigenschaften als auch das Gravitationsfeld des Raumes gegenüber dem neuen Koordinatensystem beschreiben.

Diesen Fortschritt in der Interpretation des mechanischen Fundamentes hat man aber damit zu erkaufen, dass—wie eine nähere Betrachtung lehrt—die neuen Koordinaten nicht mehr so unmittelbar als Messergebnisse an starren Körpern und Uhren gedeutet werden können wie im ursprünglichen System (einem Inertialsystem mit verschwindendem Gravitationsfelde).

Den Uebergang zur allgemeinen Relativitätstheorie schafft nun die Annahme, dass eine solche Darstellung der genannten Feldeigenschaften des Raumes durch Funktionen  $g_{\mu\nu}$  (bezw. durch eine Riemann-Metrik) auch in dem *allgemeinen* Falle berechtigt sei, in welchem es kein Koordinatensystem gibt, inbezug auf welches die Metrik die einfache quasi-euklidische Form der speziellen Relativitätstheorie annimmt.

Die Koordinaten drücken nun an sich nicht mehr metrische Zusammenhänge aus, sondern nur noch das "Benachbartsein" von beschriebenen Dingen, deren Koordinaten wenig voneinander abweichen. Alle singularitätsfreien Transformationen der Koordinaten sind zulässig. Nur solche Gleichungen sind als Ausdruck allgemeiner Naturgesetze sinnvoll, welche bezüglich in diesem Sinne beliebiger Transformationen kovariant sind. (Postulat der allgemeinen Kovarianz).

Erstes Ziel der allgemeinen Relativitätstheorie war eine vorläufige Fassung, welche unter Verzicht auf gewisse Forderungen innerer Geschlossenheit möglichst einfach mit dem "direkt Erlebbar" verbunden war. Bei Beschränkung auf

die reine Gravitations-Mechanik lieferte die Newtonsche Gravitationstheorie das Vorbild. Diese vorläufige Fassung lässt sich so charakterisieren:

- (1) Der Begriff des materiellen Punktes und seiner Masse wird beibehalten. Für ihn wird ein Bewegungsgesetz angegeben, welches die Uebersetzung des Trägheitsgesetzes in die Sprache der allgemeinen Relativitätstheorie ist. Es ist dies ein System von totalen Differentialgleichungen, das der geodätischen Linie.
- (2) An die Stelle des Newtonschen Wechselwirkungs-Gesetzes durch Gravitation tritt das System der einfachsten allgemein kovarianten Differentialgleichungen, welches für den  $g_{\mu\nu}$ -Tensor aufgestellt werden kann. Es entsteht durch Nullsetzung des einmal verjüngten Riemannschen Krümmungs-Tensors ( $R_{\mu\nu} = 0$ ).

Diese Formulierung erlaubt die Behandlung des Planetenproblems, genauer die Behandlung des Problems der Bewegung von materiellen Punkten von praktisch verschwindender Masse in einem von einem als "ruhend" gedachten Massenpunkte erzeugten (zentralsymmetrischen) Gravitationsfelde. Sie trägt weder der Rückwirkung der "bewegten" Massenpunkte auf das Gravitationsfeld Rechnung, noch stellt sie dar, wie die zentrale Masse das Gravitationsfeld erzeugt.

Die Analogie zur klassischen Mechanik zeigt folgenden Weg zur Vervollständigung der Theorie. Man setzt als Feldgleichungen

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = -T_{ik},$$

wobei  $R$  den Skalar der Riemannkrümmung,  $T_{ik}$  den Energietensor der Materie in einer phänomenologische Darstellung bedeutet. Die linke Seite ist so gewählt, dass ihre Divergenz identisch verschwindet. Das hieraus folgende Verschwinden der Divergenz der rechten Seite liefert die "Bewegungsgleichungen" der Materie in Form von partiellen Differentialgleichungen für den Fall, dass  $T_{ik}$  für die Beschreibung der Materie nur vier voneinander unabhängige weitere Funktionen einführt (z.B. Dichte, Druck und Geschwindigkeitskomponenten, wobei zwischen letzteren eine Identität, zwischen Druck und Dichte eine Bedingungsgleichung besteht).

Bei dieser Formulierung ist die ganze Gravitations-

mechanik auf die Lösung eines einzigen Systems von kovarianten partiellen Differentialgleichungen reduziert. Diese Theorie vermeidet alle inneren Mängel, welche wir dem Fundament der klassischen Mechanik zur Last gelegt haben; sie genügt—soweit wir wissen—zur Darstellung der Erfahrungen der Himmelsmechanik. Sie gleicht aber einem Gebäude, dessen einer Flügel aus vorzüglichem Marmor (linke Seite der Gleichung), dessen anderer Flügel aus minderwertigem Holze gebaut ist (rechte Seite der Gleichung). Die phänomenologische Darstellung der Materie ist nämlich nur ein roher Ersatz für eine Darstellung, welche allen bekannten Eigenschaften der Materie gerecht würde.

Es macht keine Schwierigkeit, die Maxwellsche Theorie des elektromagnetischen Feldes mit der Theorie des Gravitationsfeldes zu verknüpfen, wenn man sich auf den Raum ohne ponderable Materie und ohne elektrische Dichte beschränkt. Man hat einfach auf die rechte Seite obiger Gleichung für  $T_{ik}$  den Energietensor des elektromagnetischen Vakuumfeldes zu setzen und dem so modifizierten Gleichungssystem die allgemein kovariant geschriebenen Maxwell'schen Feldgleichungen des Vakuums zuzuordnen. Es bestehen dann zwischen all diesen Gleichungen hinreichend viele Differential-Identitäten, um deren Kompatibilität zu gewährleisten. Es sei hinzugefügt, dass diese notwendige formale Eigenschaft des gesamten Gleichungssystems die Wahl des Vorzeichens des Gliedes  $T_{ik}$  offen lässt, was sich später als bedeutsam erwiesen hat.

Das Streben nach möglichster Einheitlichkeit der Grundlagen der Theorie hat verschiedene Versuche veranlasst, das Gravitationsfeld und das elektromagnetische Feld unter einen einheitlichen formalen Gesichtspunkt zu bringen. Hier ist besonders die fünfdimensionale Theorie von Kaluza und Klein zu nennen. Nach sorgfältiger Abwägung dieser Möglichkeit halte ich es aber doch für richtiger, den genannten Mangel an innerer Einheitlichkeit der ursprünglichen Theorie hinzunehmen, weil mir der Inbegriff der der fünfdimensionalen Theorie zugrundeliegenden Hypothesen nicht weniger Willkür zu enthalten scheint als die ursprüngliche Theorie. Dies gilt auch von der projektiven Abart der Theorie, welche insbesondere von v. Dantzig und von Pauli sorgfältig ausgearbeitet worden ist.

Die letzten Ausführungen bezogen sich ausschliesslich auf die Theorie des materie-freien Feldes. Wie soll man aber von hier aus zu einer vollständigen Theorie der atomistisch konstituierten Materie gelangen? Jedenfalls müssen in einer solchen Theorie Singularitäten ausgeschlossen werden, da sonst die Differentialgleichungen das Gesamtfeld nicht vollständig bestimmen. Es besteht hier für die Feldtheorie der allgemeinen Relativität dasselbe Problem einer feldtheoretischen Darstellung der Materie wie ursprünglich für die Maxwell'sche Theorie allein.

Auch hier führt der Versuch einer feldtheoretischen Konstruktion der Teilchen scheinbar auf Singularitäten. Auch hier suchte man diesem Uebelstande durch Einführung neuer Feldvariablen und Komplizierung und Erweiterung des Systems der Feldgleichungen abzuhelpfen. Vor kurzem entdeckte ich aber zusammen mit Herrn Rosen, dass die oben angedeutete einfachste Kombination der Feldgleichungen von Gravitation und Elektrizität zentralsymmetrische Lösungen liefert, welche singularitätsfrei dargestellt werden können (die bekannten zentralsymmetrischen Lösungen von Schwarzschild für das reine Gravitationsfeld und die von Reissner für das elektrische Feld unter Berücksichtigung seiner Gravitationswirkung). Hierüber wird im übernächsten Paragraphen kurz berichtet. Es scheint hier eine von zusätzlichen Hypothesen freie reine Feldtheorie der Materie und ihrer Wechselwirkungen möglich, deren Prüfung an der Erfahrung keine anderen als allerdings bedeutende rein mathematische Schwierigkeiten entgegenstehen.

#### § 5. QUANTENTHEORIE UND FUNDAMENT DER PHYSIK.

Die theoretischen Physiker der gegenwärtigen Generation erwarten sich die Aufstellung eines neuen theoretischen Fundamentes der Physik unter Verwendung von fundamentalen Begriffen, die von denjenigen der bisher betrachteten Feldtheorie erheblich abweichen. Der Grund hiefür liegt darin, dass man sich genötigt gesehen hat, für die mathematische Darstellung der sogenannten Quantenphänomene neuartige Betrachtungsweisen zu verwenden.

Während nämlich das durch die Relativitätstheorie aufgedeckte Versagen der klassischen Mechanik mit der Endlich-



keit (dem nicht  $\infty$ -sein) der Lichtgeschwindigkeit zusammenhängt, entdeckte man am Anfange unseres Jahrhunderts andersartige Inkongruenzen zwischen Folgerungen der Mechanik und den experimentellen Tatsachen, welche mit der Endlichkeit (dem nicht 0-sein) der Planck'schen Konstante  $h$  zusammenhängen. Während nämlich die Molekular-Mechanik ein im wesentlichen *proportionales* Absinken der (monochromatischen) Strahlungsdichte und des Wärmeinhaltes der festen Körper mit sinkender absoluter Temperatur fordert, zeigte die Erfahrung ein viel rascheres Absinken dieser Energiegrößen mit der Temperatur. Um dieses Verhalten theoretisch zu deuten, musste man annehmen, dass die Energie mechanischer Systeme nicht beliebige Werte annehmen kann sondern nur gewisse diskrete Werte, deren mathematische Ausdrücke stets von der Planckschen Konstante  $h$  abhängig waren. Auch für die Theorie des Atoms (Bohrsche Theorie) war diese Auffassung wesentlich. Für den Uebergang dieser Zustände ineinander—mit oder ohne Emission bezw. Absorption von Strahlung—konnte man nicht kausale sondern nur statistische Gesetze angeben, ebenso für den ungefähr zu der gleichen Zeit genauer erforschten radioaktiven Zerfall von Atomen. Mehr als zwei Jahrzehnte lang bemühten sich die Physiker vergebens, eine einheitliche Deutung jenes quantenhaften Charakters der Systeme und Vorgänge zu finden. Eine solche gelang aber vor etwa einem Jahrzehnt durch zwei scheinbar gänzlich verschiedene theoretische Methoden, von denen die eine auf Heisenberg und Dirac, die andere auf de Broglie und Schrödinger zurückgeht; die mathematische Gleichwertigkeit beider Theorien wurde dann bald von Schrödinger erkannt. Ich will hier den der Denkweise des Physikers näher liegenden Gedanken-Weg von de Broglie-Schrödinger zu skizzieren versuchen, um dann allgemeine Ueberlegungen daran zu knüpfen.

Die Frage ist zunächst: Wie kann man einem im Sinne der klassischen Mechanik gegebenen System (die Energie-Funktion ist eine gegebene Funktion der Koordinaten  $q_r$  und der zugehörigen Momente  $p_r$ ) eine diskrete Folge von Energiewerten  $H_s$  zuordnen? Die Plancksche Konstante  $h$  ordnet den Energiewerten  $H_s$  die Frequenzwerte  $1/h H_s$  zu. Es genügt also, dem System eine diskrete Folge von *Frequenz-*

werten zuzuordnen. Dies erinnert daran, dass in der Akustik der Fall auftritt, dass einer partiellen linearen Differentialgleichung (bei gegebenen Grenzbedingungen) eine Reihe diskreter Frequenzwerte zugeordnet ist, nämlich die der sinusartig periodischen Lösungen. Schrödinger stellte sich dementsprechend die Aufgabe, der gegebenen Energiefunktion  $\mathcal{E}(q_r, p_r)$  eine partielle Differentialgleichung für eine skalare Funktion  $\psi$  zuzuordnen, wobei die  $q_r$  und die Zeit  $t$  die unabhängigen Variablen sind. Dies gelang ihm (für eine komplexe Funktion  $\psi$ ) in solcher Weise, dass die von der statistischen Theorie geforderten theoretischen Werte der Energie ( $H_\sigma$ ) wirklich in befriedigender Weise aus den periodischen Lösungen der Gleichung sich ergaben.

Allerdings erwies es sich nicht als möglich, einer bestimmten Lösung  $\psi(q_r, t)$  der Schrödinger-Gleichung einen bestimmten Bewegungsvorgang im Sinne der Mechanik materieller Punkte zuzuordnen; d.h. der  $\psi$ -Funktion entspricht nicht oder wenigstens nie *genau* eine Darstellung der  $q_r$  als Funktion der Zeit  $t$ . Eine Interpretation der physikalischen Bedeutung der  $\psi$ -Funktion erwies sich aber nach Born als in folgender Weise durchführbar:  $\psi\bar{\psi}$  (das Quadrat des absoluten Betrages der komplexen Funktion  $\psi$ ) ist die Wahrscheinlichkeitsdichte für die betrachtete Stelle im Konfigurationsraum der  $q_r$  und für den Zeitwert  $t$ . Anschaulich, aber etwas ungenau kann man demnach den Inhalt der Schrödinger-Gleichung so charakterisieren: sie bestimmt, wie sich die Wahrscheinlichkeitsdichte einer statistischen System-Gesamtheit im Konfigurationsraum mit der Zeit ändert. Kurz: die Schrödinger-Gleichung bestimmt die Aenderung der Funktion  $\psi$  der  $q_r$  mit der Zeit.

Es muss erwähnt werden, dass die Ergebnisse der Theorie diejenigen der Punktmechanik als Grenzfälle enthalten, wenn die bei der Lösung des Schrödinger-Problems auftretenden Wellenlängen überall so klein sind, dass die potentielle Energie sich beim Vorschreiten um eine Wellenlänge im Konfigurationsraum nur praktisch unendlich wenig ändert. Dann kann man nämlich folgendes dartun: Man wählt ein Gebiet  $G_0$  im Konfigurationsraum, das zwar (in jeder Richtung) gross gegen die Wellenlänge, aber klein gegen die massgebenden Ausmessungen des Konfigurationsraumes ist. Man kann dann eine

$\psi$ -Funktion für eine Anfangszeit  $t_0$  so wählen, dass sie ausserhalb  $G_0$  verschwindet und sich gemäss der Schrödinger-Gleichung so verhält, dass sie auch für die späteren Zeiten diese Eigenschaft angenähert behält, nur dass das Gebiet  $G_0$  zur Zeit  $t$  in ein anderes Gebiet  $G$  übergegangen ist. Man kann so angenähert von der "Bewegung" des Gebietes  $G$  als ganzen reden und sie durch die Bewegung eines Punktes im Konfigurationsraum approximieren. Diese Bewegung fällt dann mit derjenigen zusammen, welche durch die Gleichungen der klassischen Mechanik gefordert wird.

Interferenzversuche an Teilchenstrahlen lieferten den glänzenden Beweis dafür, dass der von der Theorie angenommene Wellencharakter der Bewegungsvorgänge der Wirklichkeit entspricht. Ferner gelang es der Theorie mit Leichtigkeit, die statistischen Gesetze des Ueberganges eines Systems von einem Quantenzustand zu einem andern unter der Wirkung äusserer Kräfte darzustellen, was vom Gesichtspunkte der klassischen Mechanik wie ein Wunder erscheint. Die äusseren Kräfte wurden hierbei durch kleine zeitabhängige Zusätze zur potentiellen Energie dargestellt. Während solche Zusätze nach der klassischen Mechanik nur entsprechend kleine Aenderungen des Systems erzeugen können, erzeugen sie nach der Quantenmechanik beliebig grosse Aenderungen, aber mit entsprechend kleiner Wahrscheinlichkeit—durchaus im Einklang mit der Erfahrung. Selbst ein Verständnis für die Gesetze des radioaktiven Zerfalles liefert diese Theorie zumindest in grossen Zügen.

Es dürfte überhaupt wohl kaum jemals eine Theorie aufgestellt worden sein, welche einen Schlüssel zur Deutung und Berechnung so verschiedenartiger Erfahrungsthaten geliefert hat wie die Quantenmechanik. Trotzdem glaube ich, dass sie dazu angetan ist, uns beim Suchen nach einem einheitlichen Fundament der Physik in die Irre zu führen; sie ist nämlich nach meiner Ansicht eine *unvollständige* Darstellung der wirklichen Gebilde, wenn auch die einzig zutreffende, welche sich auf die Grundbegriffe materieller Punkt und Kraft bauen lässt (Quantenkorrektur der klassischen Mechanik). Der Unvollständigkeit der Darstellung entspricht aber notwendig der statistische Charakter (Unvollständigkeit) der Gesetzmässigkeit. Diese Meinung will ich nun begründen:

Ich frage zunächst: inwiefern beschreibt die  $\psi$ -Funktion einen wirklichen Zustand eines mechanischen Systems? Es seien  $\psi_r$  die (nach aufsteigenden Werten der Energie geordneten) periodischen Lösungen der Schrödinger-Gleichung. Die Frage, inwieweit die einzelnen  $\psi_r$  *vollständige* Beschreibungen von physikalischen Zuständen sind, lasse ich vorläufig offen. Ein System befindet sich zunächst im Zustande  $\psi_1$  niedrigster Energie  $\varepsilon_1$ . Dann wirke auf das System während einer beschränkten Zeit eine kleine störende Kraft. Für eine spätere Zeit erhält man dann aus der Schrödinger-Gleichung eine  $\psi$ -Funktion von der Gestalt

$$\psi = \sum c_r \psi_r$$

wobei die  $c_r$  (komplexe) Konstante sind. Sind die  $\psi_r$  "normiert" so ist  $|c_1|$  nahezu gleich 1,  $|c_2|$  etc. klein gegen 1. Man kann nun fragen: Beschreibt  $\psi$  einen wirklichen Zustand des Systems? Wenn ja, so dürften wir kaum anders können, als diesem Zustand eine bestimmte Energie  $\varepsilon$  zuzuschreiben<sup>3</sup> und zwar eine solche, die  $\varepsilon_1$  um ein geringes übersteigt (Jedenfalls  $\varepsilon_1 < \varepsilon < \varepsilon_2$ ). Eine solche Annahme ist aber mit den Elektronenstoss-Versuchen, wie sie zuerst von J. Franck und G. Hertz durchgeführt worden sind, im Widerspruch, wenn man noch Millikans Nachweis von der diskreten Natur der Elektrizität zuhelfe nimmt. Aus diesen Versuchen folgt nämlich, dass es Energie-Zustände eines Systems, die zwischen den Quanten-Werten liegen, nicht gibt. Hieraus folgt, dass unsere Funktion  $\psi$  überhaupt keinen einheitlichen Zustand des Gebildes beschreibt, sondern eine statistische Aussage darstellt, in welcher die  $c_r$  Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Energie-Werte bedeuten. Es scheint mir deshalb klar, dass die Born'sche statistische Deutung der Aussagen der Quantentheorie die einzig mögliche ist: Die  $\psi$ -Funktion beschreibt überhaupt nicht einen Zustand, der einem einzelnen System zukommen könnte; sie bezieht sich vielmehr auf so viele Systeme, eine "System-Gesamtheit" im Sinne der statistischen Mechanik. Wenn die  $\psi$ -Funktion abgesehen von besonderen Fällen nur *statistische* Aussagen über messbare

<sup>3</sup> Denn die Energie eines (ruhenden) Gesamtsystems ist gleich dessen Trägheit (als Ganzes) gemäss einem gesicherten Ergebnis der Relativitätstheorie. Diese aber muss einen wohldefinierten, bestimmten Wert haben.

Grössen liefert, so liegt dies also nicht nur daran, dass *der Vorgang der Messung* unbekannte, nur statistisch erfassbare Elemente einführt, sondern eben daran, dass die  $\psi$ -Funktion überhaupt nicht den Zustand *eines* Einzelsystems beschreibt. Die Schrödinger-Gleichung bestimmt die zeitlichen Aenderungen, welche die System-Gesamtheit erfährt, sei es ohne, sei es mit äusseren Einwirkungen auf das Einzel-System.

Eine solche Interpretation beseitigt auch eine von mir zusammen mit zwei Mitarbeitern jüngst dargestellte Paradoxie, die sich auf folgenden Fall bezieht:

Ein mechanisches System bestehe aus zwei Teilsystemen *A* und *B*, die nur während einer beschränkten Zeit in Wechselwirkung miteinander treten. Die  $\psi$ -Funktion vor der Wechselwirkung sei gegeben. Dann liefert die Schrödinger-Gleichung die  $\psi$ -Funktion nach der Wechselwirkung. Es werde nun der physikalische Zustand des Teilsystems *A* durch eine möglichst vollständige Messung bestimmt. Die Quantenmechanik erlaubt dann, aus dem Messungsergebnis und der  $\psi$ -Funktion des Gesamtsystems die  $\psi$ -Funktion des Teilsystems *B* zu bestimmen. Diese Bestimmung liefert aber ein Ergebnis, das davon abhängt, *welche* Zustandsgrössen von *A* gemessen werden (z.B. Koordinaten *oder* Momente). Da es nur *einen* physikalischen Zustand von *B* nach der Wechselwirkung geben kann, welcher vernünftigerweise nicht davon abhängig gedacht werden kann, was für Messungen ich an dem von *B* getrennten System *A* vornehme, zeigt dies dass die  $\psi$ -Funktion dem physikalischen Zustände *nicht* eindeutig zugeordnet ist. Diese Zuordnung mehrerer  $\psi$ -Funktionen zu demselben physikalischen Zustände des Systems *B* zeigt wieder, dass die  $\psi$ -Funktion nicht als (vollständige) Beschreibung eines physikalischen Zustandes (eines Einzelsystems) gedeutet werden kann. Die Zuordnung der  $\psi$ -Funktion zu einer System-Gesamtheit beseitigt auch hier jede Schwierigkeit.<sup>4</sup>

Dass die Quantenmechanik in so einfacher Weise Aussagen über (scheinbar) diskontinuierliche Uebergänge von einem

---

<sup>4</sup> Vornahme einer Messung von *A* bedeutet nämlich dann Uebergang zu einer engeren System-Gesamtheit. Letztere, (also auch deren  $\psi$ -Funktion) hängt davon ab, nach welchem Gesichtspunkte diese Verengung der System-Gesamtheit vorgenommen wird.

Gesamtzustände in einen andern abzuleiten gestattet, ohne wirklich eine Darstellung des eigentlichen Prozesses zu geben, hängt damit zusammen, dass die Theorie in Wahrheit nicht mit dem Einzelsystem sondern mit einer System-Gesamtheit operiert. Die Koeffizienten  $c_r$  unseres ersten Beispielles ändern sich eben unter der Wirkung der äusseren Kräfte nur wenig. Man begreift bei dieser Interpretation der Quantenmechanik, wieso diese der Tatsache mit Leichtigkeit gerecht werden kann, dass schwache, störende Kräfte beliebig grosse Aenderungen des physikalischen Zustandes eines Systems bewirken können. Solche störende Kräfte erzeugen nämlich nur entsprechend schwache Aenderungen der *statistischen Dichten* in der System-Gesamtheit, also auch nur unendlich schwache Aenderungen der  $\psi$ -Funktion, deren mathematische Beschreibung weit weniger Schwierigkeiten darbietet als die mathematische Darstellung der endlichen Aenderungen, welche ein Teil der Einzelsysteme erleidet. Der am Einzelsysteme sich abspielende Vorgang bleibt freilich bei solcher Betrachtungsweise völlig unaufgeklärt; letzterer ist eben durch die statistische Betrachtungsweise aus der Darstellung völlig eliminiert.

Ich frage nun aber:

Glaubt wirklich irgend ein Physiker, dass wir in diese bedeutenden Veränderungen der Einzelsysteme, ihre Struktur und ihre Kausalzusammenhänge niemals werden einen Einblick erlangen können, trotzdem jene Einzelvorgänge dank der wunderbaren Erfindungen der Wilson-Kammer und des Geiger-Zählers in solche Erlebnisnähe gerückt sind? Dies zu glauben, ist zwar logisch widerspruchsfrei möglich, widerstrebt aber meinem wissenschaftlichen Instinkt so lebhaft, dass ich es nicht unterlassen kann, nach einer vollständigeren Auffassungsweise zu suchen.

Zu diesen Erwägungen kommen noch solche anderer Art hinzu, welche ebenfalls dagegen sprechen, dass die durch die Quantenmechanik eingeschlagene Methode geeignet sei, ein brauchbares Fundament für die ganze Physik zu liefern. In der Schrödinger-Gleichung spielt die absolute Zeit, bzw. die potentielle Energie eine entscheidende Rolle, welche Begriffe durch die Relativitätstheorie als im Prinzip unzulässig erkannt sind. Will man davon loskommen, so muss man statt der

Wechselwirkungskräfte Felder und Feldgesetze zugrunde legen. Dies führt dahin, auf Felder, d.h. Systeme von unendlich vielen Freiheitsgraden die statistische Methode der Quantenmechanik zu übertragen. Obwohl die bisherigen Versuche sich auf lineare Gleichungen beschränken, was doch nach den Ergebnissen der allgemeinen Relativitätstheorie nicht genügen kann, sind die bei den bisherigen überaus scharfsinnigen Bemühungen auftretenden Komplikationen bereits abschreckend gross. Sie müssen sich türmen, wenn man der Forderung der allgemeinen Relativität gerecht werden will, an deren grundsätzlicher Berechtigung doch niemand zweifelt.

Es ist allerdings darauf hingewiesen worden, dass bereits die Einführung eines raum-zeitlichen Kontinuums angesichts der molekularen Struktur allen Geschehens im Kleinen möglicherweise als naturwidrig anzusehen sei. Vielleicht weise der Erfolg von Heisenbergs Methode auf eine rein algebraische Methode der Naturbeschreibung, auf die Ausschaltung kontinuierlicher Funktionen aus der Physik hin. Dann aber muss auch auf die Verwendung des Raum-Zeit-Kontinuums prinzipiell verzichtet werden. Es ist nicht undenkbar, dass der menschliche Scharfsinn einst Methoden finden wird, welche die Beschreitung dieses Weges möglich machen. Einstweilen aber erscheint dieses Projekt ähnlich wie der Versuch, in einem luftleeren Raum zu atmen.

Es ist kein Zweifel, dass die Quantenmechanik ein schönes Stück Wahrheit erfasst hat, und dass es ein Prüfstein eines künftigen theoretischen Fundamentes sein wird, dass sie als Grenzfall aus diesem Fundament deduzierbar sein muss— etwa wie die Elektrostatik aus den Maxwellschen Gleichungen des elektromagnetischen Feldes oder die Thermodynamik aus der klassischen Mechanik. Aber ich glaube, dass beim Aufsuchen jenes Fundamentes die Quantenmechanik nicht als *Ausgangspunkt* dienen kann, so wenig als man umgekehrt ausgehend von der Thermodynamik bzw. statistischen Mechanik auf das Fundament der Mechanik kommen könnte.

Angesichts dieser Sachlage erscheint es mir durchaus gerechtfertigt, die Frage ernsthaft zu erwägen, ob nicht *doch* die Grundlage der Feldphysik mit den Quanten-Tatsachen vereinbar ist. Ist doch diese Grundlage die einzige, welche bei dem

heutigen Stande unserer mathematischen Ausdrucksmittel dem Postulat der allgemeinen Relativität sich anpassen lässt. Die unter den Physikern der Gegenwart vorherrschende Ueberzeugung von der Aussichtslosigkeit eines solchen Versuches dürfte mit der unbegründeten Ueberzeugung zusammenhängen, dass eine solche Theorie in erster Näherung auf die Gleichungen der klassischen Mechanik für die Bewegung der Korpuskeln führen müsse, oder wenigstens auf totale Differentialgleichungen. In Wahrheit ist es aber bisher überhaupt nicht gelungen, Korpuskeln feldtheoretisch singularitätsfrei darzustellen, und wir können über das Verhalten solcher Gebilde a priori gar nichts aussagen. *Eines* aber ist sicher: liefert eine Feldtheorie eine singularitätsfreie Darstellung der Korpuskeln, so ist deren zeitliches Verhalten durch die Differentialgleichungen des Feldes allein bestimmt.

#### § 6. RELATIVITÄTSTHEORIE UND KORPUSKELN.

Ich will nun noch zeigen, dass es gemäss der allgemeinen Relativitätstheorie singularitätsfreie Lösungen der Feldgleichungen gibt, welche als Darstellung von Korpuskeln gedeutet werden können. Ich beschränke mich hier auf neutrale Teilchen, weil ich den Gegenstand vor kurzem zusammen mit Herrn Rosen an anderer Stelle ausführlich dargelegt habe, und weil das Wesentliche der Sache sich an diesem Falle völlig darstellen lässt.

Das Gravitationsfeld wird durch den Tensor  $g_{\mu\nu}$  vollständig beschrieben. In den Drei-Indices-Symbolen  $\Gamma_{\mu\nu}^{\sigma}$  treten auch die kontravarianten  $g^{\mu\nu}$  auf, welche als die durch die Determinante  $g (= |g_{\alpha\beta}|)$  dividierten Unterdeterminanten der  $g_{\mu\nu}$  definiert sind. Damit die  $R_{ik}$  bildbar und endlich seien, genügt es nicht, dass es für die Umgebung jedes Punktes des Kontinuums ein Koordinatensystem gebe, in welchem die  $g_{\mu\nu}$  und ihre ersten Differentialquotienten stetig und differenzierbar sind, sondern es darf auch die Determinante  $g$  nirgends verschwinden. Diese letztere Einschränkung fällt aber weg, wenn man die Differentialgleichungen  $R_{ik} = 0$  durch  $g^2 R_{ik} = 0$  ersetzt, deren linke Seiten *ganze* rationale Funktionen der  $g_{ik}$  und ihrer Ableitungen sind.

Diese Gleichungen haben die von Schwarzschild angegebene zentralsymmetrische Lösung



$$ds^2 = - \frac{1}{1 - 2m/r} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) + \left(1 - \frac{2m}{r}\right) dt^2.$$

Diese Lösung hat bei  $r = 2m$  eine Singularität, da der Faktor von  $dr^2(g_{11})$  an dieser Hyperfläche  $\infty$  wird. Ersetzt man jedoch die Variable  $r$  durch  $\rho$  gemäss der Substitution

$$\rho^2 = r - 2m$$

so erhält man

$$ds^2 = - 4(2m + \rho^2)d\rho^2 - (2m + \rho^2)^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) + \frac{\rho^2}{2m + \rho^2} dt^2.$$

Diese Lösung verhält sich für alle  $\rho$  regulär. Das Verschwinden des Faktors von  $d\rho^2(g_{44})$  für  $\rho = 0$  bewirkt zwar, dass hier die Determinante  $g$  verschwindet, was aber bei der gewählten Schreibweise der Feldgleichungen keine Singularität bedeutet.

Läuft  $\rho$  zwischen  $-\infty$  und  $+\infty$ , so läuft  $r$  von  $+\infty$  bis  $r = 2m$  und dann wieder zurück bis  $+\infty$  während solchen  $r$  für welche  $r < 2m$ , überhaupt keine reellen  $\rho$  entsprechen. Die Schwarzschild'sche Lösung wird also dadurch zu einer regulären Lösung, dass man den physikalischen Raum als aus zwei identischen "Schalen" bestehend darstellt, welche in der Hyperfläche  $\rho = 0$  bzw.  $r = 2m$  aneinandergrenzen, für welche letztere die Determinante  $g$  verschwindet. Eine derartige Verbindung zwischen den beiden (identischen) Schalen wollen wir eine "Brücke" nennen. Die Existenz einer "Brücke" zwischen beiden Schalen im Endlichen entspricht also einem materiellen neutralen Teilchen, welches singularitätsfrei beschrieben ist.

Die Lösung des Problems der Bewegung von neutralen Teilchen kommt offenbar hinaus auf die Auffindung von solchen Lösungen der (nennerfrei geschriebenen) Gravitationsgleichungen, welche mehrere Brücken aufweisen.

Die im Vorigen skizzierte Auffassung wird von vorneherein der atomistischen Struktur der Materie insofern gerecht, als die "Brücke" ihrer Natur nach ein diskretes Element ist. Ausserdem versteht man, dass die Massenkonstante  $m$  des neutralen Teilchens notwendig positiv sein muss, da sich der Schwarzschild'schen Lösung für negatives  $m$  keine singularitätsfreie Lösung zuordnen lässt. Erst die Untersuchung des

Mehr-Brücken-Problems kann zeigen, ob diese theoretische Methode eine Erklärung für die empirisch erwiesene Massengleichheit der Teilchen in der Natur liefert, und ob sie den von der Quantenmechanik so wunderbar erfassten Tatsachen gerecht wird.

Analog lässt sich zeigen, dass die kombinierten Gleichungen von Gravitation und Elektrizität (bei passender Wahl des Vorzeichens des elektrischen Gliedes in den Gravitationsgleichungen) eine singularitätsfreie Brückendarstellung für das elektrische Korpuskel liefern. Die einfachste Lösung dieser Art ist die für ein elektrisches Teilchen ohne Gravitationsmasse.

Solange die bedeutenden mathematischen Schwierigkeiten für die Lösung des Mehr-Brücken-Problems nicht überwunden sind, lässt sich über die Brauchbarkeit der Theorie vom physikalischen Standpunkt aus nichts aussagen. Es ist aber tatsächlich der erste Versuch einer konsequenten Ausbildung einer Feldtheorie, von dem die Möglichkeit besteht, dass er die Eigenschaften der Materie darstellt. Zugunsten dieses Versuches muss auch geltend gemacht werden, dass er sich auf die nach dem heutigen Stand unserer mathematischen Einsicht einfachsten allgemein relativistischen Feldgleichungen gründet.

#### ZUSAMMENFASSUNG.

Physik ist ein in Entwicklung begriffenes logisches Gedankensystem dessen Grundlage nicht durch eine induktive Methode aus den Erlebnissen herausdestilliert sondern nur durch freie Erfindung gewonnen werden kann. Die Berechtigung (Wahrheitswert) des Systems liegt in der Bewährung von Folgesätzen an den Sinneserlebnissen, wobei die Beziehung der letzteren zu ersteren nur intuitiv erfassbar ist. Die Entwicklung vollzieht sich in der Richtung wachsender Einfachheit des logischen Fundamentes. Um diesem Ziele näher zu kommen, müssen wir uns damit abfinden, dass die logische Grundlage immer erlebnisferner und der gedankliche Weg von den Grundlagen bis zu jenen Folgesätzen, welche ihr Korrelat in Sinneserlebnissen finden, immer beschwerlicher und länger wird.

Unser Ziel war, die Entwicklung der Grundbegriffe in ihrer Abhängigkeit von dem Erlebnismaterial und vom

Streben nach innerer Vervollkommnung des Systems so kurz als möglich zu skizzieren. Der gegenwärtige Stand sollte durch diese Betrachtung beleuchtet werden—wie er mir erscheint. (Historisch-schematische Darstellung muss persönlich gefärbt sein; dies ist unvermeidlich.)

Ich suche zu zeigen, wie die Begriffe körperliches Objekt, Raum, subjektive und objektive Zeit miteinander und mit dem Charakter des Erlebens zusammenhängen. In der klassischen Mechanik werden die Begriffe Raum und Zeit selbständig; der Begriff des körperlichen Objekts wird in der Grundlage ersetzt durch den des materiellen Punktes, wodurch die Mechanik zum Fundament atomistisch wird. Bei dem Versuch, die Mechanik zum Fundament der ganzen Physik zu machen, machen Licht und Elektrizität unüberwindliche Schwierigkeiten. Dies führt zur Feldtheorie der Elektrizität und weiter zu dem Versuch, die Physik ganz auf den Feldbegriff zu gründen (nach versuchtem Kompromiss mit der klassischen Mechanik). Dieser Versuch führt zur Relativitätstheorie (Sublimierung des Raum- und Zeitbegriffes zum Kontinuum mit metrischer Struktur).

Ich suche ferner darzutun, warum nach meiner Ansicht die Quantentheorie nicht dazu geeignet zu sein scheint, ein brauchbares Fundament der Physik zu liefern: Man gerät in Widersprüche, wenn man die quantentheoretische Beschreibung als eine *vollständige* Beschreibung des einzelnen physikalischen Systems bezw. Vorgangs zu betrachten sucht.

Andererseits ist die Feldtheorie bisher nicht imstande, eine Theorie der Molekularstruktur der Materie und der Quantenphänomene zu liefern. Es wird aber gezeigt, dass die Ueberzeugung von der Unfähigkeit der Feldtheorie, diese Probleme mit ihren Methoden zu lösen, auf Vorurteilen beruht.